

## ФІЗИЧЕСКОЕ ОГРАНИЧЕНІЕ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛІ СЛАБОРASСЕІВАЕМЫХ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПРОВОДНИКЕ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ ПРОВОДИМОСТИ

Баранов М.И., д.т.н., с.н.с.

НИПКИ "Молния" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт"

Украина, 61013, Харьков, ул. Шевченко, 47, НИПКИ "Молния" НТУ "ХПИ"

тел. (057) 707-68-41, факс (057) 707-61-33, E-mail: eft@kpi.kharkov.ua

*Стосовно до круглого тонкого металевого провідника циліндричної форми з аксіальним електричним струмом провідності різних амплітудно-часових параметрів приведені результати розрахункової оцінки умови, яка обмежує застосування для досліджуваного провідника моделі дрейфуючих вільних електронів, які слаборозсіюються його іонами кристалічних грат.*

*Применительно к круглому тонкому металлическому проводнику цилиндрической формы с аксиальным электрическим током проводимости различных амплитудно-временных параметров приведены результаты расчетной оценки условия, ограничивающего применение для исследуемого проводника модели слаборассеиваемых его ионами кристаллической решетки дрейфующих свободных электронов.*

### ВВЕДЕНИЕ

В [1-5] автором на основе известных принципов квантовой механики и электродинамики приведены оценочные результаты теоретического исследования продольного распределения свободных электронов в круглом тонком металлическом проводнике с аксиальным электрическим током проводимости различных амплитудно-временных параметров (АВП). Как известно, такие проводники нашли достаточно широкое практическое использование в электротехнике, электроэнергетике, технике высоких напряжений и больших импульсных токов (например, при создании электрических аппаратов и машин, передаче электрической энергии, электрическом взрыве металлических проводников [4]). Полученные в [1-5] приближенные квантовомеханические расчетные данные, отражающие вероятностные закономерности продольного распределения в металле тонкого изотропного проводника элементарных носителей электричества, базируются на расчетной модели нерассеиваемых (слаборассеиваемых) узлами (положительными ионами) кристаллической решетки металла проводника свободных электронов, дрейфующих под действием приложенного к проводнику электрического напряжения вдоль его продольной оси. В этой связи несомненный научный интерес представляет электрофизическая задача, связанная с квантовомеханической оценкой условий физического ограничения применимости указанной выше приближенной расчетной модели свободных электронов в металлическом проводнике, по которому в продольном направлении протекает электрический ток проводимости различных АВП.

Целью данной статьи является расчетное определение условия, ограничивающего применение в металлическом проводнике с электрическим током различных АВП приближенной модели нерассеиваемых (слаборассеиваемых) ионами кристаллической решетки металла проводника дрейфующих в нем свободных электронов.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрим в цилиндрической системе координат круглый сплошной изотропный тонкий металлический проводник цилиндрической конфигурации радиусом  $r_{\text{пр}}$  и длиной  $l_{\text{пр}} \gg r_{\text{пр}}$ , по которому в его продольном направлении (вдоль оси  $OZ$ ) под действием приложенного к противоположным концам проводника электрического напряжения  $u_{\text{пр}}(t)$  протекает переменный электрический ток проводимости  $i_{\text{пр}}(t)$  с произвольными АВП. Примем, что данный электрический ток  $i_{\text{пр}}(t)$  равномерно распределен по поперечному сечению  $S_{\text{пр}} = \pi r_{\text{пр}}^2$  проводника и не вызывает значительного нагрева его материала. Полагаем, что в рассматриваемом проводнике кристаллическая решетка, в узлах которой размещены положительные ионы его материала, не содержит атомов примесей и имеет кубическую структуру с периодом (шагом), равным  $a$  (Рисунок). В соответствии с известными положениями волновой механики считаем, что свободные электроны в металле проводника подчиняются корпускулярно-волновому дуализму и квантовой статистике Ферми-Дирака [6]. Рассмотрим случай, когда на первоначальном этапе решения рассматриваемой квантовомеханической задачи возможно использование приближения, согласно которому взаимодействием свободных электронов с ионами металла проводника можно пренебречь (модель Хартри-Фока [7]). Пусть на данном этапе исследования пространственно-временная эволюция свободных электронов проводника приближенно определяется дискретными (квантованными) одномерными (продольными) волновыми функциями  $\psi_n(z, t)$ , являющимися собственными квантованными решениями соответствующего одномерного временного волнового уравнения Шредингера [1, 3-6]. Требуется с учетом принятых допущений найти физическое условие, ограничивающее применение для исследуемого проводника расчетной модели, основанной на приближении отсутствия за-

метного рассеяния дебройлевских электронных волн на положительных ионах кристаллической решетки металла проводника.

## 2. УСЛОВИЕ СИЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛЕ ПРОВОДНИКА

В соответствии с известными из физики распространения в твердом теле тормозного (непрерывного) и характеристического (линейчатого) рентгеновского излучения теоретическими данными следует, что этот вид суперкоротких электромагнитных волн (с длиной волны от  $10^{-14}$  м до  $10^{-7}$  м [8]) начинает испытывать в металле большое рассеяние тогда, когда отдельные отраженные электромагнитные волны от плоских монолитных ионов его кристаллической решетки совпадают по фазе [8]. Согласно принятым допущениям и [9] продольную электронную волну де Броиля, которая описывает поведение свободного электрона в металле проводника, в первом приближении можно считать плоской электромагнитной волной с соответствующей ей квантовомеханической природе дискретной длиной  $\lambda_{en}$ , где  $n=1,2,3,\dots$  – целое квантовое число [1,3-5] (см. рисунок). В этой связи на рассматриваемые продольные дебройлевские электронные волны в проводнике с электрическим током проводимости  $i_{\text{пр}}(t)$ , обусловленные продольным дрейфом свободных электронов и описываемые продольными волновыми  $\psi_n(z,t)$  – функциями, по-видимому, можно распространить электрофизический подход, положенный в основу изучения особенностей рассеяния коротковолнового рентгеновского излучения (электромагнитных волн рентгеновского диапазона) на кристаллической структуре металла проводника.

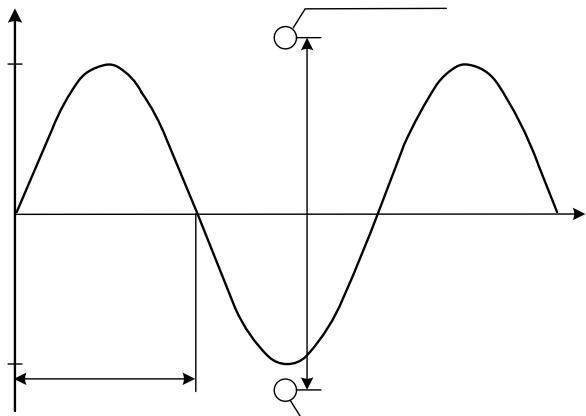


Рисунок. Схематичное изображение распространения дебройлевских продольных электронных волн между положительными ионами металла проводника с электрическим током проводимости

С учетом изложенного выше запишем в аналитической форме подтвержденное многочисленными экспериментами известное условие Брэгга-Вульфа для сильного рассеяния электромагнитных волн рентгеновского диапазона на положительных ионах кристаллической решетки твердого тела в следующем виде [9, 10]:

$$k_n = n\pi/a, \quad (1)$$

где  $k_n$  – дискретное волновое число для рентгеновских плоских электромагнитных волн, распространяющихся в металле с кристаллической решеткой, период которой равен  $a$  (на практике для основных проводниковых материалов величина  $a$  численно составляет порядка  $10^{-9}$  м [11]);  $n=1,2,3,\dots$

С другой стороны, согласно [1,3-5] полученное в результате приближенного аналитического решения одномерного стационарного волнового уравнения Шредингера квантованное волновое число для продольных дебройлевских электронных волн в металлическом проводнике с электрическим током проводимости различных АВП определяется следующим соотношением:

$$k_n = 2\pi/\lambda_{en} = n\pi/l_{\text{пр}} \quad (2)$$

где  $\lambda_{en}$  – квантованная длина волн де Броиля в металле исследуемого проводника с электрическим током  $i_{\text{пр}}(t)$ , обусловленным продольным дрейфом свободных электронов;  $n=1,2,3,\dots$

Важно подчеркнуть здесь то, что из (2) вытекает важный физический вывод о том, что для квантованной полуволны де Броиля в металлическом проводнике с электрическим током проводимости произвольных АВП справедливо следующее простое квантовомеханическое соотношение:

$$\lambda_{en}/2 = l_{\text{пр}}/n. \quad (3)$$

Выражение (3) явно свидетельствует о том, что на длине  $l_{\text{пр}}$  исследуемого проводника из-за квантовомеханических особенностей продольного распределения в нем свободных электронов всегда укладывается целое квантованное число продольных дебройлевских электронных полуволн. Здесь следует отметить то немаловажное обстоятельство, что согласно современным данным для квантовомеханической модели атома любого вещества на его вероятностных электронных орbitах, в отличие от длины  $l_{\text{пр}}$  нашего проводника, умещается целое квантованное число электронных волн де Броиля соответствующей длины [8, 9]. Сравнение выражений (1) и (2) показывает, что для обеспечения в рассматриваемом проводнике сильного рассеяния продольных дебройлевских электронных полуволн (свободных электронов) на положительных ионах кристаллической решетки его металла непременно должно выполняться следующее физическое условие:

$$\lambda_{en}/2 = a/n. \quad (4)$$

Однако на практике для реальных проводников с током проводимости невозможно не только выполнить условие (4), но даже приблизиться к нему.

## 3. УСЛОВИЕ СЛАБОГО РАССЕЯНИЯ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛЕ ПРОВОДНИКА

Оценка согласно (3) численных значений для квантованных длин продольных электронных полуволн де Броиля в рассматриваемом проводнике по соотношению  $\lambda_{en}/2 = l_{\text{пр}}/n$  показывает, что в практи-

ческих случаях сильноточной электротехники, техники и электрофизики высоких напряжений и больших токов, когда величина длины  $l_{\text{пр}}$  металлического проводника принимает значительные макроскопические геометрические размеры ( $l_{\text{пр}} \gg a$ ), реально выполняется следующее неравенство:

$$\lambda_{en}/2 \gg a/n. \quad (5)$$

Соотношение (5) представляет собой физическое условие, характеризующее слабое рассеяние на металлической микроструктуре дрейфующих вдоль проводника свободных электронов. С учетом полученного квантовомеханического соотношения (5) можно заключить, что в технических приложениях и практических случаях применения электрического тока проводимости  $i_{\text{пр}}(t)$  различных АВП, протекающего по металлическим проводникам различных технических объектов электротехники, электроэнергетики и техники высоких напряжений (больших токов), при используемых исходных условиях рассматриваемой задачи следует ожидать незначительного рассеяния дрейфующих свободных электронов на положительных ионах кристаллической решетки металла рассматриваемого проводника. Физически это объясняется тем, что квантованная длина  $\lambda_{en}/2$  дебройлевских электронных полуволн существенно превышает геометрические размеры периода  $a$  кристаллической структуры материала проводника и кратных ему величин  $a/n$ . А раз так, то продольные электронные волны де Бройля в металле проводника при использованных нами допущениях будут практически без дифракции (беспрепятственно) и без потерь энергии распространяться между его положительными ионами (атомами).

Следует заметить, что сделанный выше вывод не распространяется на случай, соответствующий большим плотностям электрического тока и интенсивному нагреву материала проводника за счет больших джоулевых потерь в нем энергии, когда ионы (узлы) металлической кристаллической решетки с увеличением температуры его материала будут совершать все увеличивающиеся по амплитуде ангармонические колебания [8], способствующие нарастающему рассеянию на них (ионах) продольных дебройлевских электронных волн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Изложенные выше теоретические результаты позволяют говорить о том, что в данной работе при определенных допущениях и в приближении незначительного нагрева металла исследуемого проводника показано, что в нем квантованные длины дебройлевских продольных электронных полуволн  $\lambda_{en}/2$  значительно превышают период  $a$  его кристаллической решетки и кратные ему убывающие величины  $a/n$ , где  $n=1,2,3,\dots$ . Поэтому в технических приложениях аксиального электрического тока с различными АВП и при количественных исследованиях микропроцессоров в металлических проводниках с электрическим током проводимости можно вполне обоснованно применять приближенную расчетную модель слаборассеиваемых

атомами (ионами) металлов дрейфующих вдоль проводника свободных электронов.

2. Учет интенсивного джоулева нагрева материала проводника электрическим током проводимости различных АВП требует более углубленного анализа влияния высокогенергетичных фононов на распространение по кристаллической решетке его металла квантованных продольных дебройлевских электронных волн, вызываемых продольным дрейфом в проводнике свободных электронов.

3. В связи с тем, что в процессе продольного дрейфа свободные электроны проводника приобретают дополнительно к своей основной энергии Ферми  $W_F$  (например, для такого широко используемого в электротехнике проводникового материала как медь величина  $W_F$  численно составляет  $11,2 \cdot 10^{-19}$  Дж [12]) пренебрежимо малую по сравнению с  $W_F$  кинетическую энергию, то при их слабом (сильном) рассеянии на ионах металла уровень температуры материала проводника будет, по-видимому, определяться неоднородной периодической по длине проводника локальной плотностью свободных электронов [4] и рассеиваемой (теряемой) ими на атомах (ионах) металла вероятностной долею энергии Ферми  $W_F$  [5].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баранов М.И. Волновое распределение свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости// Электротехника.-2005.- №7.- С. 25-33.
- [2] Баранов М.И. Квантовомеханическая модель быстрого нагрева проводника электрическим током проводимости большой плотности/ Электротехника.-2006.-№4.- С. 38-44.
- [3] Баранов М.И. Энергетический и частотный спектры свободных электронов проводника с электрическим током проводимости// Электротехника.-2006.- №7.- С. 29-34.
- [4] Баранов М.И. Новые физические подходы и механизмы при изучении процессов формирования и распределения электрического тока проводимости в проводнике// Технічна електродинаміка.-2007.-№1.-С.13-19.
- [5] Баранов М.И. Квантовомеханический подход при расчете температуры нагрева проводника электрическим током проводимости// Технічна електродинаміка.-2007.-№5.-С. 14-19.
- [6] Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики/ Пер. с англ. под ред. акад. В.А. Фока.- М.: Наука, 1979.-480с.
- [7] Займан Дж. М. Современная квантовая теория/ Пер. с англ. под ред. В.Л. Бонч-Бруевича.- М.: Мир, 1971.- 288 с.
- [8] Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики/ Отв. ред. В.К. Тартаковский.- Киев: Наукова думка, 1989.-864с.
- [9] Солимар Л., Уолш Д. Лекции по электрическим свойствам материалов/ Пер. с англ. под ред. С.И. Баскакова.- М.: Мир, 1991.-504 с.
- [10] Кудрявцев П.С. Курс истории физики.- М.: Просвещение, 1974.-312 с.
- [11] Астафуров В.И., Бусев А.И. Строение вещества.- М.: Просвещение, 1977.-160 с.
- [12] Справочник по теоретическим основам радиоэлектроники/ Под ред. Б.Х. Кривицкого, В.Н. Дулина. Т.1.- М.: Энергия, 1977.-504с.

Поступила 10.10.2007